



Desafiando crianças do pré-escolar a operar e a pensar!

Challenging young children to calculate!

Florbela Soutinho*, Ema Mamede**

*AE Viseu Norte, **CIEC – Universidade do Minho

Resumo

Este artigo apresenta os resultados de uma breve intervenção centrada na resolução de problemas de estrutura aditiva com crianças de 5 e 6 anos (n=12). As crianças foram entrevistadas individualmente antes e depois da intervenção. Os resultados sugerem que o raciocínio aditivo das crianças pode ser estimulado com a resolução de problemas. Remetem ainda para o papel determinante do educador no favorecimento e criação de oportunidades impulsionadoras do desenvolvimento do raciocínio aditivo, em crianças do pré-escolar.

Palavras-chave: resolução de problemas, raciocínio aditivo, matemática no pré-escolar.

Abstract

This paper presents results of a short intervention program focused on 5-6-years-old children (n=12) problem solving of additive structure. Children were individually interviewed before and after the intervention. Results suggest that children's additive reasoning can be stimulated by problem solving. And they also suggest that the educator has an important role in the creation of opportunities to improve children's additive reasoning.

Keywords: problem solving, additive reasoning, mathematics in kindergarten.

Ensino eficaz da matemática no pré-escolar

As Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (Silva, 2016) reafirmam a importância da matemática, quer na vida do dia-a-dia, quer na estruturação do pensamento da criança, com especial enfoque para a resolução de problemas. Numa visão utilitária, poder-se-á dizer que a resolução de problemas possibilita o desenvolvimento de capacidades de pensamento e promove a procura criativa de soluções para os problemas do quotidiano. Resolver problemas e procurar estratégias diversificadas assumem-se como processos facilitadores da apropriação das aprendizagens matemáticas. O envolvimento dos alunos na resolução e discussão de tarefas que permitem diferentes abordagens e várias estratégias promovem o raciocínio matemático, e sobretudo a resolução de problemas (NCTM, 2017).

A investigação da última década apresenta interessantes descobertas sobre o uso de tarefas matemáticas. Boaler e Staples (2008) apontam efeitos diferentes no desenvolvimento do raciocínio consoante o tipo de tarefas que é proposto aos alunos. A aprendizagem torna-se mais eficaz quando as tarefas propostas aos alunos encorajam o pensamento e o

raciocínio de elevado nível, ao invés das tarefas rotineiras. Opinião corroborada por Stein, Smith, Henningsen e Silver (2009) que afirmam que nem todas as tarefas proporcionam as mesmas oportunidades de desenvolvimento do raciocínio e aprendizagem dos alunos.

É assim importante o papel dos adultos/professores na seleção de tarefas a propor aos alunos, de forma que estas sejam significativas na promoção do raciocínio e na resolução de problemas. Segundo o NCTM (2017), estas deverão permitir múltiplas abordagens e o recurso a diversas estratégias de resolução. Deverão ser tarefas que exijam um nível cognitivo elevado, que permitam aos alunos oportunidades de exploração e resolução de problemas e que ampliem os seus conhecimentos em cada momento.

Ora, também os docentes da educação pré-escolar se veem responsabilizados nas tarefas a propor às crianças. A sua prática, revestida de intencionalidade, é fundamental para o estabelecimento da relação das crianças com a matemática. Nas tarefas que propõe às crianças, o educador deverá incentivá-las a resolver e inventar problemas, encorajá-las a explicar as estratégias utilizadas, e, partindo do seu conhecimento informal, apresentar-lhes situações cada vez mais complexas (Silva, 2016). As tarefas propostas pelo educador podem, inicialmente, ser de nível elevado. À medida que a compreensão matemática das crianças fica consolidada, estas vão gradualmente tornando-se rotineiras, sendo necessário propor novas tarefas que ampliem essas ideias, aprofundem a compreensão e fortaleçam o raciocínio matemático e a resolução de problemas (NCTM, 2017). Estas conceções remetem para o que Vergnaud (1988) considera como o processo de aquisição de conceitos: o confronto das novas situações impele as crianças a usarem o conhecimento adquirido em situações semelhantes e a adaptá-lo às novas situações, adquirindo novos conceitos.

E porque vão persistindo as dúvidas sobre quais os conceitos matemáticos que estarão ao alcance das crianças pequenas, as Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar (Silva, 2016) apontam as “aprendizagens a promover”. Isto remete para o questionamento sobre as capacidades cognitivas das crianças pequenas particularmente a resolução de

determinados problemas de estrutura aditiva, questões pragmáticas reservadas aos níveis educativos seguintes.

Já há quatro décadas atrás Gelman e Gallistel (1978) afirmavam que as capacidades das crianças do pré-escolar foram subestimadas durante muito tempo. Há fortes indicadores de que as crianças em idade pré-escolar têm capacidade para resolver problemas que estão presentemente reservados apenas a alunos do 1.º ciclo, podendo ser estimulado e potenciado o seu raciocínio para resolver problemas de estrutura aditiva.

Sobre o raciocínio aditivo

Parece não ser difícil para as crianças de 5 e 6 anos resolverem, com sucesso, alguns problemas de adição, subtração, multiplicação e divisão, antes de estas operações lhes serem formalmente ensinadas (ver Carpenter, Fennema, Franke, Levi, & Empson, 1999; Nunes, Bryant, & Watson, 2009). Para a sua resolução, as crianças interpretam a ação que é descrita nos problemas e fazem uso de esquemas de ação (Piaget & Szeminska, 1971). Elas juntam, retiram e colocam em correspondência as quantidades presentes nos problemas de estrutura aditiva. Esquemas diferentes são requeridos e usados nos problemas de estrutura multiplicativa. Nestes, as crianças colocam em correspondência de um-para-muitos e distribuem equitativamente as quantidades que são mencionadas nos enunciados. O recurso eficaz aos esquemas de ação por crianças pequenas para resolver problemas de adição e subtração por um lado, e multiplicação e divisão por outro, sugere que ambos os tipos de raciocínio, na sua forma mais simples, parecem estar, em simultâneo, ao alcance das crianças.

Vergnaud (1983) e Thompson (1994) sugerem que o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo têm diferentes origens, devendo ser considerados independentes um do outro. Se nos problemas de raciocínio aditivo as situações são analisadas a partir do princípio de que o todo é igual à soma das partes, os problemas de raciocínio multiplicativo são definidos pelo facto de envolverem duas ou mais medidas ligadas por uma relação fixa entre si. Como tal, nos problemas de estrutura aditiva, querendo saber o valor do todo, adicionam-se as partes, querendo saber o valor de uma parte, subtrai-se a outra parte ao todo, querendo comparar duas quantidades, retira-se à parte maior a quantidade menor e verifica-se o que sobra. Já nos problemas de estrutura multiplicativa, em que qualquer situação envolve duas variáveis e a relação fixa entre elas, qualquer uma das quantidades envolvidas pode assumir-se como o elemento desconhecido, resultando em esquemas de pensamento diferentes para resolver os problemas (Vergnaud, 1983). O elemento desconhecido é, assim, um fator importante e determinante, para as crianças que ainda não receberam instrução formal sobre as operações, para encontrar a solução dos problemas de estrutura multiplicativa (Nunes et al., 2009). O elemento desconhecido neste tipo de problemas determinará se se trata de uma multiplicação ou de uma divisão, e de que tipo, logo irá determinar qual a operação de pensamento

e o esquema de ação necessários para a sua resolução, ou a correspondência um-para-muitos, ou a distribuição.

O raciocínio aditivo é entendido como a análise lógica de problemas que envolvem a adição e subtração, cujos conceitos-chave implícitos se relacionam com a composição aditiva e com a relação inversa entre adição e subtração (Behr, Harel, Post, & Lesh, 1994; Nunes & Bryant, 1996; Nunes, Campos, Magina, & Bryant, 2005; Nunes et al., 2009). Nunes e Bryant (1996) argumentam que as crianças antes dos 7 anos já conseguem perceber a reversibilidade das operações, entendendo a adição e subtração como operações inversas uma da outra, o que permite às crianças, mesmo com 5 anos, resolver problemas de Transformação Ligando Duas Medidas com elementos ausentes, como o início e o elemento de transformação.

A literatura internacional (ver Carpenter et al., 1999; Fuson, 2004; Nunes et al., 2009) aponta para o sucesso que as crianças do pré-escolar têm na resolução de problemas de estrutura aditiva, sucesso que ganha maior expressão com a disponibilização de materiais manipuláveis. Aponta de igual forma diferentes graus de dificuldade, havendo problemas mais fáceis de resolver do que outros. Porém, apesar de alguns tipos de problemas estarem mais presentes no dia-a-dia e serem explorados em contexto de Jardim de Infância, também é possível a abordagem a outros aparentemente mais difíceis. Conhecer as reações das crianças a este tipo de problemas constitui uma mais-valia que o educador deve dominar, já que este conhecimento afeta a seleção das tarefas a propor às crianças.

Parece não haver ainda, em Portugal, dados suficientes que permitam perceber se pode ser potenciado o raciocínio aditivo em crianças do pré-escolar para resolverem com maior sucesso determinado tipo de problemas. Neste sentido, foi conduzido um estudo realizado com crianças de 5 e 6 anos procurando dar resposta às seguintes questões: 1) Pode ser promovido o desenvolvimento do raciocínio para resolver problemas de estrutura aditiva? 2) Quais os efeitos de uma intervenção centrada na resolução de problemas de estrutura aditiva?

Metodologia

Este estudo, realizado com um grupo de crianças de 5 e 6 anos (n=12) de Viseu, adotou uma metodologia qualitativa, numa abordagem de estudo de caso, com momentos de entrevistas individuais (antes e depois da intervenção) e sessões de intervenção em que as crianças foram organizadas em pequenos grupos para resolverem problemas de estrutura aditiva.

A estrutura deste estudo contempla um pré-teste, uma intervenção e um pós-teste. Os pré- e pós-testes foram semelhantes na sua estrutura, sendo cada um constituído por 28 problemas. Ambos os testes foram apresentados numa entrevista individual a todas as crianças, partida em dois momentos. Esta entrevista foi constituída por 18 problemas de estrutura aditiva, 6 problemas de estrutura multiplicativa e 4 problemas de controlo. Os problemas de estrutura aditiva apresentados consistiram em problemas de Composição de Duas Medidas,

Transformação Ligando Duas Medidas e Relação Estática Ligando Duas Medidas (Vergnaud, 1982). Os problemas de estrutura multiplicativa consistiram em problemas de Multiplicação, Divisão Partitiva e Divisão por Quotas (Vergnaud, 1983). Os problemas de geometria assumiram-se como problemas de controlo.

A ordem das questões foi pré-estabelecida e igual para todas as crianças. A entrevista foi aplicada com recurso a histórias e materiais. As crianças não tiveram feedback sobre as suas resoluções e no final de cada resolução era-lhes pedido para justificarem a resposta dada. Perante os resultados do pré-teste, foram selecionados alguns tipos de problemas para integrarem as tarefas a serem apresentadas na intervenção. Estes consistiram em 4 problemas de Composição de Duas Medidas e 8 problemas de Transformação Ligando Duas Medidas, 4 com o início desconhecido e 4 com o elemento de transformação desconhecido. A Tabela 1 apresenta exemplos de problemas explorados na intervenção.

Tabela 1.
Exemplos de problemas apresentados na intervenção

Tipo de Problema	Problema
Composição de Duas Medidas (Parte desc.)	A Rita e o João foram à pesca e pescaram, ao todo 7 peixes. A Rita pescou 4. Quantos peixes pescou o João?
Transformação Lig. Duas Medidas (Transformação desc.)	A Eva levava 9 ovos numa cesta, deixou cair a cesta e partiram-se alguns. Chegou a casa só com 3 ovos. Quantos ovos se partiram?
Transformação Lig. Duas Medidas (Início Desc.)	A professora tinha alguns lápis, deu 6 aos meninos e ficou com 2. Quantos lápis tinha no início?

As crianças foram distribuídas por 3 grupos, cada um com duas crianças de 5 anos e duas de 6 anos. A intervenção foi planeada em 4 sessões. Em cada sessão foram trabalhados 3 problemas, apresentados numa entrevista semidirigida e sob a forma de história. O problema era apresentado inicialmente sem material, para que a atenção das crianças se focasse no enunciado do problema. Após esta primeira apresentação, era colocado o material em cima da mesa e novamente contada a história do problema.

Todas as crianças resolveram o problema em simultâneo e no fim tinham que explicar aos colegas como resolveram. Ao longo da resolução de cada problema as crianças eram confrontadas com questões com o objetivo de irem desenvolvendo o seu raciocínio, clarificando a interpretação que faziam do problema e devida argumentação.

Resultados

Para perceber se pode ser promovido o raciocínio das crianças em idade pré-escolar na resolução de problemas de estrutura aditiva e multiplicativa analisaram-se os desempenhos das crianças antes e depois de uma curta intervenção criada com essa finalidade. A Tabela 2 apresenta a média e o desvio padrão das proporções das

respostas certas antes e após a intervenção centrada em determinados problemas de estrutura aditiva.

Tabela 2.
Média das proporções (desvio padrão) dos resultados nos pré- e pós-testes

Tipo de Problema	Média (Desvio Padrão)	
	Pré-Teste	Pós-Teste
Estrutura Aditiva	.54 (.24)	.75 (.25)
Estrutura Multiplicativa	.43 (.35)	.67 (.31)
Controlo	.85 (.20)	.92 (.12)

Observa-se uma melhoria significativa em todos os resultados após a intervenção, em todos os tipos de problemas. Os problemas de estrutura aditiva parecem ser mais acessíveis às crianças desta idade, verificadas as percentagens de sucesso superior face aos problemas de estrutura multiplicativa, diferença esta que se mantém em ambos os testes. O Teste de Wilcoxon conduzido para analisar diferenças no desempenho das crianças no pré- e pós-testes na resolução de problemas de estrutura aditiva identifica melhorias significativas nos desempenhos das crianças do pré- para o pós-teste, tanto nos problemas de estrutura aditiva ($W=64.5$; $p<.05$), como nos problemas de estrutura multiplicativa ($W=60.0$; $p<.05$). A intervenção centrada na resolução de problemas de estrutura aditiva resultou numa melhoria significativa de desempenho nos problemas de estrutura aditiva e de estrutura multiplicativa.

Dentro de cada estrutura de raciocínio são descritos, também, níveis de desempenho diferentes consoante o tipo de problemas, havendo problemas mais fáceis de resolver do que outros. A Tabela 3 apresenta a média e o desvio padrão das proporções das respostas certas nos pré- e pós-testes, de acordo com o tipo de problema de estrutura aditiva.

Tabela 3.
Média (desvio padrão) nos pré- e pós-testes de acordo com o tipo de problemas de estrutura aditiva

Tipo de Problemas	Média (Desvio Padrão)	
	Pré-teste	Pós-teste
Composição de Duas Medidas	.58 (.36)	.96 (.14)
Transformação Ligando Duas Medidas	.57 (.26)	.79 (.27)
Relação Estática Lig. Duas Medidas	.49 (.31)	.65 (.32)

Neste estudo, os problemas que parece terem sido mais fáceis de resolver, por todos os participantes, foram os de Composição de Duas Medidas, e os de mais difícil resolução os de Relação Estática Ligando Duas Medidas. Os resultados significativamente melhores no pós-teste poderão dever-se aos efeitos da intervenção onde foram trabalhados alguns destes tipos de problemas. Nos problemas de Relação Estática Ligando Duas Medidas, que não foram explorados na intervenção, registou-se uma melhoria no pós-teste.

Os efeitos da intervenção

Pelos desempenhos das crianças e pelos seus argumentos apresentados na resolução das tarefas

propostas, foi possível perceber o efeito da intervenção ao longo das sessões. A postura das crianças e a sua autonomia foram sofrendo modificações ao longo das sessões. A maioria das crianças procurou resolver individualmente o problema proposto, revelando mais autonomia, indo ao encontro da resposta pretendida.

Ao longo das sessões de intervenção observou-se que a resolução dos problemas pelas crianças começava a ser cada vez mais rápida e com recurso a estratégias eficientes. Cada vez mais se foram focalizando nas quantidades envolvidas no problema, articulando-as devidamente, estabelecendo estratégias de resolução eficazes. A contagem das quantidades foi-se tornando cada vez mais eficiente e a colocação dos materiais deixou de ser tão estruturada, passando a apresentar uma forma mais eficaz e conducente a contagens mais rápidas, inclusivamente de visualização (ver Figuras 1, 2 e Tabela 4).



Figura 1. Resolução de um problema de Transformação Ligando Duas Medidas com o início desconhecido, na intervenção



Figura 2. Explicação da resolução do problema na intervenção

Tabela 4.

Transcrição do diálogo na resolução do problema na intervenção

Criança de bibe amarelo	[retira 5 meias da caixa e diz enquanto retira mais 2 meias] Preciso de mais 2.
Investigadora	Quantas meias estavam lá no início?
Crianças de bibe amarelo e azul	Sete.
Criança sem bibe	[continua a dispor as suas figuras colocando-as em dois planos]. São 7.
Investigadora	[dirige-se à criança 9] Porque é que dizes que são 7?
Criança de bibe azul	Porque eu contei.
Investigadora	Contaste o quê?
Criança de bibe azul	[separa as 7 meias em dois grupos, no mesmo plano, 5 de um lado e 2 do outro] Primeiro contei estas [mostra as 5 meias], depois contei estas [mostra o grupo das 2 meias].
Investigadora	Porque é que primeiro contaste essas 5?
Criança de bibe azul	Porque eram as que ainda estavam molhadas, e com estas [junta o grupo das 2 meias] faziam 7 [mostra as meias todas juntas] e quando tirou estas [afasta de novo 2 meias] ficavam 5.

O conceito do “todo” como a soma das partes foi ficando mais consolidado à medida que as crianças foram trabalhando problemas de Composição de Duas Medidas. A dificuldade que as crianças revelaram na resolução dos problemas residiu no modo como elas interpretaram as relações neles estabelecidas. Assim, parece ser mais fácil para as crianças interpretar a noção do “todo” nos problemas onde há transformação de quantidades, do que nos problemas onde não é claro a operação que têm que realizar e não há nenhuma transformação envolvida no enunciado do problema, como nos problemas de Composição de Duas Medidas.

O vocabulário que foi sendo usado pelas crianças na argumentação das resoluções é revelador da evolução que se foi produzindo ao longo das sessões de intervenção no raciocínio das crianças. Há termos que estão mais presentes no seu dia-a-dia, com facilidade as crianças referiam, desde o início da intervenção, expressões como “tirei”, “ficaram”, “juntaram-se”. No decorrer da intervenção começam a usar termos como “esses todos”, “separei”, “juntei”, “somei”, o que tornou a argumentação mais imediata e aparentemente mais explícita (ver Figura 3 e Tabela 5).



Figura 3. Resolução de um problema de Composição de Duas Medidas na intervenção

Tabela 5.

Transcrição da argumentação na resolução do problema na intervenção

Criança de bibe verde claro	[vai separando 6 rebuçados formando com eles uma fila enquanto diz:] Tem 3, 3!
Investigadora	Então quantos rebuçados é que são do Rui?
Criança	Três!
Investigadora	Como é que fizeste e porque dizes 3?
Criança	Eu pus estes rebuçados todos assim [mostra a fila de rebuçados] e depois contei os que a Teresa tinha e separei os que o Rui tinha. Fiz assim: [coloca a mão a dividir a fila de rebuçados, 6 de um lado e 3 do outro].

Com o decorrer das sessões, as crianças foram-se revelando menos argumentativas, com respostas curtas e com mais momentos de silêncio face ao questionamento. As suas explicações foram mais contidas, mais pensadas e em menor número nas últimas sessões. Tendo em consideração a progressão da autonomia das crianças, o aumento da rapidez na execução assertiva e na resposta dada, a diminuição do investimento na argumentação verbal em primazia de uma maior manipulação das figuras para explicar o procedimento, parece que as crianças foram considerando os problemas cada vez mais fáceis de resolver e tão óbvios que não careciam de grandes explicações para se fazerem compreender. Os resultados superiores registados no pós-teste apontam para a possibilidade de se promover e desenvolver o

raciocínio através da interação entre pares e com outros mais capazes.

Considerações Finais

O nível de sucesso dos desempenhos das crianças após uma breve intervenção sobre problemas de estrutura aditiva sugere a importância de serem estimuladas para resolverem problemas de nível elevado que envolvem o raciocínio aditivo.

Atendendo de uma forma particular aos problemas de estrutura aditiva, sobre os quais incidiu a intervenção, observa-se uma melhoria de desempenho em todos os tipos de problemas, com relevância significativa para os problemas de Composição de Duas Medidas e Transformação Ligando Duas Medidas. Contudo, as crianças também resolveram com sucesso os problemas de Relação Estática Ligando Duas Medidas, problemas não explorados na intervenção, mas considerados na literatura como os mais difíceis. Estudos prévios conduzidos por vários autores, e realizados com crianças mais velhas a frequentar a escolaridade básica (ver Carpenter, Hiebert, & Moser, 1981; Hudson, 1983; Nunes et al., 2009; Verschaffel & De Corte, 1997) apontam os problemas de Relação Estática Ligando Duas Medidas como sendo os mais difíceis. Tal facto é revelador de que as crianças conseguem ser estimuladas e apresentar melhores resultados quando interagem com alguém mais experiente e com mais capacidades, desenvolvendo o seu raciocínio e apurando a sua capacidade para resolver problemas.

Em convergência com as ideias de Nunes et al. (2009), pode-se ainda considerar que a dificuldade que as crianças encontram não estará relacionada com a sua capacidade de operar, mas poderá residir na interpretação que elas fazem das relações que estão implícitas no enunciado, e conseqüentemente, no raciocínio que precisam de estabelecer para resolverem, com sucesso os problemas propostos. Para Nunes e Bryant (1996), problemas relativamente fáceis de resolver podem assumir-se como muito difíceis se as relações estabelecidas forem pouco transparentes para as crianças.

Assim, seria pertinente refletir sobre a possibilidade de estimular e potenciar as capacidades das crianças para resolverem problemas de nível elevado que envolvem o raciocínio aditivo, desde o pré-escolar. O papel do educador é determinante no favorecimento de situações que estimulem o raciocínio e a resolução de problemas.

Referências

- Behr, M., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1994). Units of Quantity: a Conceptual Basis Common to Additive and Multiplicative Structures. In G. Harel, & J. Confrey, *The Development of Multiplication Reasoning in the Learning of Mathematics* (pp. 121-176). Albany, N.Y.: State University of New York Press.
- Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside school. *Teacher College Record*, 110 (3), 608-645.
- Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M., Levi, L., & Empson, S. (1999). *Children's Mathematics: cognitively guided instruction*. USA: Leigh Peake.
- Carpenter, T., Hiebert, J., & Moser, J. (1981). Problem structure and first grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal of Research in Mathematical Education*, 12, 27-39.
- Fuson, K. (2004). Pre-K to grade 2 goals and standards: achieving 21st century mastery for all. In J. S. D. Clements, *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education* (pp.105-148). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- NCTM. (2017). *Princípios para a ação: assegurar a todos o sucesso em matemática*. Lisboa: APM.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Nunes, T., Bryant, P., & Watson, A. (2009). *Key Understandings in Mathematics Learning*. Nuffield Foundation.
- Nunes, T., Campos, T., Magina, S., & Bryant, P. (2005). *Educação matemática – Números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez Editora.
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1971). *A Gênese do Número na Criança*. Rio de Janeiro: Zahar Editores.
- Silva, I. L. (2016). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Obtido de DGE: <http://www.dge.mec.pt/orientacoes-curriculares-para-a-educacao-pre-escolar>.
- Stein, M., Smith, M., Henningsen, M., & Silver, E. (2009). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development, 2nd ed.* New York: Teachers College Press.
- Thompson, P. (1994). The Development of the Concept of Speed and its Relationships to Concepts of Rate. In G. Harel, & J. C. (Eds.), *The Development of Multiplication Reasoning in the Learning of Mathematics* (pp. 181-236). Albany, N.Y: State University of New York Press.
- Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 60-67). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures. In R. Resh, & M. L. (Orgs.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert, & M. B. (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 141-161). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Word problems: A vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school? In T. Nunes, & P. Bryant, *Learning and*

teaching mathematics: An international perspective
pp. 69-97). Hove, England: Psychology Press.